http://dx.doi.org/10.18623/rvd.v23.6438

TRANSFORMACIÓN DEL RAZONAMIENTO PROPORCIONAL EN GRADO NOVENO: CONSTRUCCIÓN DE UNA TEORÍA SUSTANTIVA EN CONTEXTOS STEM

TRANSFORMATION OF PROPORTIONAL REASONING IN NINTH GRADE: CONSTRUCTION OF A SUBSTANTIVE THEORY IN STEM CONTEXTS

Artículo recibido el: 1/16/2026
Artículo aceptado el: 4/15/2026

Henry Palma Camargo*
***Universidad Antonio Nariño (UAN), Bogotá, Cundinamarca, Colombia
Orcid: https://orcid.org/0009-0008-4420-7392
palmahen@gmail.com

María Falk de Lozada*
***Universidad Antonio Nariño (UAN), Bogotá, Cundinamarca, Colombia
Orcid: https://orcid.org/0000-0002-6380-0481
mariadelosada@gmail.com

The authors declare that there is no conflict of interest

Resumen

En este artículo se presentan los resultados de una investigación cualitativa con enfoque inductivo, cuyo objetivo fue caracterizar el pensamiento matemático de estudiantes de grado noveno al abordar situaciones de proporcionalidad y no proporcionalidad en contextos STEM. La investigación se llevó a cabo con 15 estudiantes de un colegio en Bogotá, Colombia, y tuvo una duración de dos meses, durante los cuales se implementaron seis actividades diseñadas con estrategias de resolución de problemas. El análisis se realizó utilizando la teoría fundamentada, lo que permitió construir una teoría emergente sobre la evolución del razonamiento proporcional. Los hallazgos muestran que el pensamiento matemático evolucionó a través de tres vías: de lo mecánico a lo reflexivo, de lo aditivo a lo multiplicativo y de lo superficial a lo estructural. Estas transiciones indican un cambio desde la aplicación mecánica hacia una comprensión más contextual, relacional y crítica de las magnitudes involucradas. La teoría emergente integra los diferentes momentos del proceso formativo y explica cómo las actividades funcionaron como un motor de transformación cognitiva. Finalmente, se concluye que el razonamiento proporcional no es lineal, sino progresivo y dependiente del contexto, lo que aporta una caracterización teórica situada del pensamiento matemático en educación secundaria.

Palabras clave: Pensamiento Matemático. Razonamiento Proporcional. Pensamiento

Abstract

This article presents the results of a qualitative study using an inductive approach, whose objective was to characterize the mathematical thinking of ninth-grade secondary students when addressing proportional and non-proportional situations in STEM contexts. The research was conducted with 15 students from a school in Bogotá, Colombia, over a two-month period, during which six activities designed based on problem-solving strategies were implemented. Data analysis was carried out using grounded theory, allowing the construction of an emergent theory regarding the development of proportional reasoning. The findings show that mathematical thinking evolved through three pathways: from procedural to reflective reasoning, from additive to multiplicative reasoning, and from superficial to structural understanding. These transitions indicate a shift from procedural application toward a more contextualized, relational, and critical comprehension of the quantities involved. The emergent theory integrates the different stages of the formative process and explains how the designed activities functioned as a catalyst for cognitive transformation. Finally, it is concluded that proportional reasoning is not linear but progressive and context-dependent, thus providing a situated theoretical characterization of mathematical thinking in secondary education.

Variacional. Resolución de Problemas. Teoría Fundamentada.

Keywords: *Mathematical Thinking. Proportional Reasoning. Variational Thinking. Problem Solving. Grounded Theory.*

1 INTRODUCCIÓN

El desarrollo del pensamiento matemático continúa siendo un reto en la educación básica secundaria, especialmente en la comprensión de la proporcionalidad. Varios estudios han mostrado que los estudiantes presentan dificultades para establecer relaciones entre cantidades, distinguir entre situaciones proporcionales y no proporcionales, y comprender estructura multiplicativas tanto en contextos aritméticos como geométricos (Sari *et al*., 2024; Ayan & Isiksal-Bostan 2019; Yeong Martinez & Dougherty, 2020; Mardika & Mahmudi 2021; Proulx, 2023). Estas dificultades no solo afectan la construcción conceptual, sino también la habilidad para modelar e interpretar fenómenos del entorno, lo que resalta la necesidad de profundizar en cómo se desarrolla este tipo de razonamiento en el ámbito escolar.

Desde la perspectiva cognitiva, Piaget e Inhelder (1956) señalaron que el razonamiento proporcional es una estructura clave del pensamiento formal, implicando la transición de desde estrategias aditivas hacia esquemas multiplicativos más complejos adquiridos a través de la exploración. En este sentido, el razonamiento proporcional puede entenderse como una manifestación específica del pensamiento matemático, ya que permite establecer relaciones funcionales entre magnitudes y analizar patrones de variación. Mason, Burton y Stacey (1984), consideran el pensamiento matemático, como un proceso dinámico de construcción, reorganización y validación de relaciones, que se expresa a través de acciones como especializar, conjeturar, generalizar y convencer, promoviendo una comprensión estructural más allá de la aplicación mecánica de procedimientos.

Complementariamente, el pensamiento variacional aporta un marco para analizar el cambio y la covariación entre cantidades (Cantoral, 2004; Vasco, 2006), situando el razonamiento proporcional dentro de un campo más amplio de análisis de la variación. Desde esta perspectiva, la proporcionalidad no se limita a la aplicación de una regla matemática, sino que implica la comprensión de relaciones entre magnitudes en diferentes contextos.

La literatura también indica que el aprendizaje de la proporcionalidad, tanto aritmética como geométrica, continúa siendo un desafío en los procesos de enseñanza a nivel escolar (Ayan & Isiksal-Bostan, 2019; Gea *et al*., 2023; Mardika & Mahmudi, 2021; Mardik & Mahmudi, 2021; Manunure & Leung, 2024; Svanteson & Kullberg, 2020; Yeong *et al*., 2020; Suryadi *et al*., 2020; Gündogdu & Piskin Tunç 2022). En el contexto colombiano, aunque los estándares básicos de competencia en matemáticas del Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006), reconocen la importancia del pensamiento variacional y proporcional, no siempre se traducen en propuestas pedagógicas centradas en la comprensión profunda de las relaciones entre magnitudes.

Esta situación adquiere nuevas dimensiones al incorporar el enfoque STEM, entendido como una integración interdisciplinaria de ciencia, tecnología, ingeniería y matemática en torno a la resolución de problemas contextualizados. Este enfoque no solo favorece el desarrollo de habilidades interdisciplinarias, sino que también permite integrar conocimientos de diferentes áreas, fortaleciendo la capacidad para enfrentar desafíos complejos (Wu *et al*., 2024). Aunque el enfoque STEM ha ganado relevancia en el ámbito educativo, en el contexto colombiano aún son escasos los estudios cualitativos que caracteriza el desarrollo de razonamiento proporcional en la educación secundaria desde una perspectiva inductiva y situada, particularmente cuando se integra estrategias de resolución de problemas y modelación matemática.

La resolución de problemas se ha convertido en una estrategia metodológica relevante para favorecer el desarrollo del pensamiento matemático. Las propuestas de Polya (1945); Mason, Burton y Stacey (1984) resaltan la importancia de la comprensión, la planificación, la reflexión y la argumentación como procesos que permiten la reorganización del concepto en contextos significativos. Asimismo, la modelación matemática actúa como un puente entre la realidad y las estructuras formales, favoreciendo la interpretación y validación de relaciones proporcionales en situaciones contextualizadas (English, 2006; Blum *et al*., 2011; Manunure & Leung 2024).

Con el fin de abordar los vacíos identificados, este estudio tuvo como objetivo avanzar en la caracterización del pensamiento matemático en estudiantes de grado noveno al abordar situaciones de proporcionalidad y no proporcionalidad, enriquecido desde un enfoque STEM, mediante la construcción de una teoría sustantiva basada en la teoría fundamentada.

En coherencia con este objetivo, la pregunta que guió el estudio fue: ¿Cómo se desarrolla y se manifiesta el pensamiento matemático en los estudiantes de grado noveno del Colegio Colombo florida Bilingüe al enfrentar situaciones aritméticas y geométricas de proporcionalidad y no proporcionalidad, abordadas desde una secuencia de actividades enriquecidas desde un enfoque STEM?

Este estudio aporta una caracterización teórica situada del razonamiento proporcional en educación secundaria, contribuyendo a la comprensión de sus formas de evolución en escenarios escolares y ampliando el debate sobre su desarrollo en contextos interdisciplinarios.

2 MARCO TEÓRICO

2.1 El pensamiento matemático

El pensamiento matemático en un proceso dinámico que va más allá de simplemente aplicar procedimientos de manera mecánica, se trata de construir, reorganizar y validar conceptos matemáticos. Desde esta óptica, Mason, Burton y Stacey (1984), destacan que el pensamiento matemático se evidencia cuando los estudiantes analizan situaciones, formulan conjeturas, identifican patrones y argumentan sus decisiones. Lo cual contribuye a que comprendan, anticipen y controlen su entorno, gracias a un continuo proceso de reflexión sobre patrones, estructuras y relaciones.

Los autores destacan cuatro procesos claves en la actividad matemática: especializar, conjeturar, generalizar y convencer, que se relacionan con las tres fases: abordaje, ataque y revisión. Estos procesos guían la resolución de problemas como una actividad metacognitiva intelectual. Desde esta óptica, el pensamiento matemático no solo se manifiesta en el ámbito matemático, sino que también está presente en cualquier contexto en el que el ser humano realice actividades de razonamiento, análisis y creatividad.

En esta investigación, se utiliza el modelo de Mason, Burton y Stacey (1984) como base teórica para analizar cómo los estudiantes construyen y expresan su pensamiento matemático durante la resolución de problemas. Este modelo facilita la exploración de los procesos flexivos y las estrategias que utilizan en su aprendizaje.

2.2 Razonamiento proporcional

En el ámbito del pensamiento matemático, el razonamiento proporcional se presenta como una forma pensar que permite analizar relaciones entre diferentes cantidades y a reconocer patrones de variación. Piaget e Inhelder (1968) señalan que es un enfoque relacional que permite explorar las conexiones entre diversas magnitudes y lo que implican. Este tipo de racionamiento va evolucionando a medida que avanzamos a través de las etapas del desarrollo cognitivo, alcanzando su punto máximo en la etapa de las operaciones formales. En esta etapa, los estudiantes son capaces de utilizar su razonamiento hipotético-deductivo y las relaciones multiplicativas.

Durante el proceso de enseñanza, el razonamiento proporcional se forma a través de experiencias que vinculan conceptos con situaciones de la vida real. Así, los estudiantes pueden analizar relaciones al comparar magnitudes y aprender a identificar cuándo es adecuado aplicar un razonamiento proporcional y cuándo no. Esto es clave para facilitar el tránsito entre el razonamiento aditivo y el multiplicativo, lo cual es fundamental en la formación matemática de los estudiantes.

En este estudio, el razonamiento proporcional se entiende como una forma de pensamiento matemático que favorece la interpretación, la modelación y el análisis de las relaciones entre magnitudes en contextos aritméticos como geométricos.

2.3 Pensamiento variacional

El pensamiento variacional es una estructura fundamental en el pensamiento matemático. Se centra en el análisis del cambio, la covariación y las relaciones funcionales presentes en la comprensión de fenómenos dinámicos (Cantoral, 2004). Gracias a este tipo de pensamiento, podemos interpretar cómo una cantidad está variando respecto a otra. Examina la dependencia entre magnitudes y reconoce patrones de variación de los diferentes contextos que se aborden.

Vaso (2006) describe el pensamiento variacional como una forma de pensamiento dinámico que ayuda a construir mentalmente grupos de variables que covarían de forma similar a lo observado en la realidad. Esta definición enriquece la comprensión del razonamiento proporcional, al considerarlo como un caso específico dentro de un ámbito más amplio de la exploración de la variación.

En esta investigación, la exploración de situaciones proporcionales y no proporcionales se ve como una oportunidad para entender cómo los estudiantes reformulan sus estructuras de pensamiento variacional, específicamente cuando pasan de relaciones de cambio constante a la interpretación de relaciones no lineales.

2.4 Pensamiento geométrico, semejanza y proporcionalidad

El pensamiento geométrico es fundamental para comprender las estructuras y las relaciones, así como las transformaciones entre figuras geométricas. Los aportes de Euclides en los Elementos, especialmente en los libros V y VI, resaltan la importancia de la proporcionalidad y la semejanza como conceptos clave en la geometría, que ayudan a establecer relaciones entre longitudes, áreas y volúmenes.

De manera similar, Piaget e Inhelder (1956) sostienen que la comprensión de la proporcionalidad geométrica se desarrolla de manera gradual, utilizando estrategias perceptivas y aditivas hasta alcanzar razonamientos multiplicativos. Esto refleja una evolución cognitiva que busca construir invariantes geométricos. Así, el pensamiento geométrico se convierte en una herramienta esencial para analizar cómo los estudiantes aplican y reformulan ideas proporcionales en situaciones en contextos espaciales.

Para este estudio, el pensamiento geométrico es un aspecto clave para analizar cómo los estudiantes construyen, aplican y reformulan las relaciones proporcionales en situaciones geométricas, lo cual es crucial para entender la relación entre razonamiento proporcional y pensamiento matemático.

2.5 La resolución de problemas

La resolución de problemas es una estrategia fundamental para aprender matemáticas y, al mismo tiempo, un medio para desarrollar el pensamiento matemático. Esto se debe a que fomenta procesos de indagación, análisis y reflexión. Polya (1945) definió la resolución de problemas como una búsqueda consciente de solución ante un objetivo que no se puede alcanzar de inmediato. Su metodología orienta a los estudiantes a través de sus heurísticas y propone cuatro pasos que van desde la exploración inicial hasta llegar a la generalización y verificación de resultados.

Esta metodología no solo orienta la actividad cognitiva, sino que también promueve la metacognición, entendida como la reflexión sobre los procesos de pensamiento involucrados. En este estudio, se utiliza la metodología de Polya para observar cómo los estudiantes abordan el desafío de proporcionalidad y no proporcionalidad al resolver problemas, analizando las estrategias, aciertos y errores, así como las formas de razonamiento que reflejan las dimensiones de su pensamiento.

De manera similar, el enfoque de Mason, Burton y Stacey (1984) complementa la metodología de Polya al enfatizar en el carácter reflexivo y social del pensamiento matemático. Ambas perspectivas se combinan en este estudio para ilustrar cómo los estudiantes planifican, ejecutan y reformulan sus procesos de resolución, mostrando la evolución cíclica del pensamiento.

2.6 La modelación matemática

La modelación matemática sirve como puente entre la realidad y las matemáticas. Ayuda a conectar el conocimiento matemático con situaciones de la vida cotidiana, lo que contribuye a crear modelos de situaciones que expliquen o predigan diferentes escenarios. Según Blum y Niss (1981) y Bassanezi (2002), modelar implica extraer elementos de la realidad y construir estructuras matemáticas a través de procesos de idealización, simbolización y validación.

English (2006) sostiene que mediante la modelación se favorecen procesos como la interpretación, la formación de hipótesis, la argumentación y la verificación. Este enfoque permite a los estudiantes manifestar su comprensión a través de modelos y reformular sus ideas de manera cíclica, relacionando el contexto con el pensamiento abstracto.

En esta tesis, la modelación se presenta como un componente didáctico y práctico, que favorece la resolución de problemas y ayuda a analizar cómo los estudiantes relacionan magnitudes, hacen conjeturas y validan resultados. Así, la modelación se manifiesta como una expresión del pensamiento matemático, donde se pone a prueba y se refina el razonamiento proporcional y no proporcional mediante el análisis de situaciones cotidianas.

2.7 El enfoque STEM como eje transversal integrador

El enfoque STEM se presenta como una metodología que integra las ciencias, la tecnología, la ingeniería y las matemáticas, centrándose en el estudio de relaciones entre magnitudes y la modelación de situaciones cotidianas. Comprender estas relaciones es fundamental para construir explicaciones científicas y desarrollar soluciones tecnológicas, así modelos funcionales.

Godino y Batanero (2002) destacan que enseñar matemáticas a través aplicaciones permite a los estudiantes reconocer el papel que desempeña la matemática en la sociedad, además de valorarla como una herramienta para razonar y explicar el mundo que nos rodea. Desde esta perspectiva, el enfoque STEM promueve la enseñanza mediante experiencias que conectan la teoría con la práctica, a través de la resolución de problemas, la experimentación y la modelación.

En este estudio, las situaciones de proporcionalidad y no proporcionalidad se consideran ejes conceptuales en las actividades propuestas, lo que favorece explorar cómo los estudiantes transfieren y transforman su pensamiento matemático en contextos cotidianos y significativos. Esta integración facilita la observación y conexión entre el razonamiento matemático y los contextos científicos y tecnológicos, permitiendo la caracterización del pensamiento matemático que los estudiantes manifiestan.

3 METODOLOGÍA

3.1 Enfoque y diseño de la investigación

La investigación se desarrolló desde un enfoque cualitativo de carácter interpretativo, descriptivo, con orientación inductiva, cuyo propósito fue comprender cómo estudiantes de grado noveno manifiestan y desarrollan su pensamiento matemático al enfrentar situaciones de proporcionalidad y no proporcionalidad en contextos aritméticos y geométricos, enriquecidos mediante un enfoque STEM. Este enfoque permitió un análisis en profundidad de las estrategias, argumentaciones e interpretaciones que surgen durante la resolución de problemas privilegiando la comprensión de los procesos cognitivos.

El diseño de la secuencia de actividades se fundamentó en la metodología de investigación basada en el diseño (Prediger, Gravemeijer & Confrey 2015), la cual concibe el diseño de actividades como una herramienta para explorar y comprender procesos de aprendizaje en contextos específicos. Esta metodología permitió ajustar progresivamente las actividades con el fin de favorecer la exploración del razonamiento proporcional y sus limitaciones en diversos contextos.

El análisis de información se realizó siguiendo los principios de la teoría fundamentada (Glaser & Strauss 1967; Strauss & Corbin, 1990, 2002), con el fin de construir categorías emergentes a partir del análisis de los datos en términos de sus propiedades y dimensiones, sin partir de hipótesis previas.

3.2 Contexto y participantes

La investigación se realizó con 15 estudiantes de grado noveno (entre 13 y 14 años) de educación básica secundaria en una institución educativa privada de la ciudad de Bogotá, Colombia. La selección de los participantes se realizó mediante muestreo intencional, considerando la pertinencia curricular del contenido de proporcionalidad y la disponibilidad voluntaria del grupo para participar en el estudio. Se contó con el consentimiento informado de los estudiantes a sus acudientes, así como la autorización institucional correspondiente.

La secuencia de actividades se desarrolló en el aula de clase, durante un periodo de diez semanas. Los estudiantes trabajaron organizados en cinco grupos de tres integrantes. El docente asumió simultáneamente el rol de investigador orientador del proceso, promoviendo espacios de discusión, argumentación y debate colectivo y reflexión matemática.

3.3 Diseño de actividades e implementación de las actividades

Se diseñaron seis actividades organizadas en una secuencia progresiva. Las dos primeras (A1-A2) se centraron en situaciones de proporcionalidad y no proporcionalidad en contextos aritméticos y geométricos respectivamente. Las siguientes actividades (A3-A6) incorporaron aplicaciones interdisciplinarias en contextos STEM, integrando elementos de ciencia, tecnología e ingeniería mediante problemas contextualizados de carácter abierto. En el diseño de los problemas se integraron tres referentes teóricos complementarios:

- El enfoque STEM, que facilita la integración interdisciplinar a través de problemas contextualizados.
- El modelo de Polya (1989), para estructurar los momentos de comprensión, planificación ejecución y revisión.
- La propuesta de Mason, Burton & Stacey (1984), que se centra en la exploración, la conjetura y la argumentación.

Esta articulación permitió estructurar actividades que no solo promoven la aplicación de procedimientos, sino también la reflexión, la modelación y la argumentación.

3.4 Recopilación de datos

La recolección de información se llevó a cabo a través de fuentes de evidencia cualitativa, con el objetivo de favorecer la triangulación:

- Producciones escritas de los estudiantes en las seis actividades.
- Grabaciones en video de las sesiones de trabajo grupal.
- Memorandos analíticos elaborados durante y después de cada sesión para documentar las interacciones, argumentaciones y momentos de debates colectivos de cada grupo.

El análisis se organizó en dos momentos analíticos: el primero correspondió a las actividades (A1-A2) y el segundo a las actividades (A3-A6), lo que permitió observar posibles transformaciones en las manifestaciones del pensamiento matemático, estableciendo comparaciones sistemáticas entre los momentos iniciales y la evolución del proceso formativo.

3.5 Proceso de análisis de datos

El proceso de análisis de datos se orientó por las fases propuestas en la teoría fundamentada. (Glaser & Strauss, 1967; Strauss & Corbin, 1990, 2002): **Codificación abierta:** identificación de conceptos iniciales asociados a estrategia, acciones y formas de razonamientos. **Codificación axial:** agrupación los códigos en categorías y subcategorías, identificando relaciones entre condiciones, estrategias, interacciones y consecuencias. **Codificación selectiva:** integración de las categorías en núcleos explicativos que permitieron construir una teoría sustantiva sobre el desarrollo del pensamiento matemático en contextos de proporcionalidad y no proporcionalidad.

Durante todo el proceso se aplicó el método de comparación constante, contrastando continuamente nuevos datos con las categorías emergentes para refinar sus propiedades y dimensiones. La saturación teórica se alcanzó cuando el análisis dejó de aportar nuevas características relevantes a las categorías construidas.

La organización y sistematización de la información se apoyó en el software ATLAS. ti, lo que facilitó la trazabilidad sistemática de códigos, categorías y relaciones analíticas.

4 RESULTADOS

El análisis permitió identificar una evolución progresiva del pensamiento matemático de los estudiantes al abordar situaciones de proporcionalidad y no proporcionalidad. A partir del proceso de codificación abierta, axial y selectiva, emergió una teoría sustantiva que explica dicha evolución a través de tres vías interrelacionadas: **de lo mecánico a lo reflexivo,** se pudo evidenciar una evolución en el razonamiento de los estudiantes al afrontar cada problema, caracterizado por pasar de efectuar cálculos numéricos automáticos, a tener una interpretación del contexto, cuestionando cada situación para luego justificar sus procedimientos.

De lo aditivo a lo multiplicativo, se notó que los estudiantes comenzaron poco a poco a usar el factor de escala de forma intencional durante la implementación de las actividades y su análisis correspondiente, después de haber estado usando previamente procesos aditivos. De **lo superficial a lo estructural,** a lo largo de la implementación y análisis de las actividades, se observó una evolución que va desde una lectura superficial de los datos hasta la interpretación de las relaciones y estructuras matemáticas subyacentes.

Estas transiciones no se presentaron de manera lineal, sino como procesos dinámicos influenciados por la naturaleza de los problemas, el contexto STEM y las interrelaciones grupales.

4.1 Primer momento: aproximaciones iniciales al razonamiento proporcional (A1-A2)

En las primeras actividades, los estudiantes resolvieron situaciones aritméticas y geométricas apoyándose principalmente en procedimientos mecánicos, especialmente regla de tres y comparaciones directas.

Se evidenció un predominio de razonamientos aditivos en situaciones que requerían relaciones multiplicativas. Los estudiantes tendían a identificar diferencias entre cantidades en lugar de establecer razones o factores de proporcionalidad. Este comportamiento mostró una comprensión parcial del concepto de variación.

Asimismo, las justificaciones eran elaboradas y centradas en el resultado final, sin explicitar relaciones entre magnitudes. El análisis reveló que el pensamiento se encontraba en un nivel operativo, caracterizado por la aplicación de algoritmos sin cuestionamiento de su pertinencia.

No obstante, comenzaron a emerger indicios de reflexión cuando en los grupos debatían la validez de sus procedimientos, especialmente al abordar situaciones que rompían la linealidad.

4.2 Segundo momento: reorganización del pensamiento en contextos STEM

En las actividades interdisciplinarias se observó transformaciones significativas. Los problemas exigieron interpretar fenómenos, anticipar comportamientos y justificar decisiones en contextos aplicados, lo que favoreció procesos de modelación y argumentación más elaborados.

Los estudiantes comenzaron a identificar con mayor claridad cuándo una relación era proporcional y cuando no lo era, reconociendo rupturas en situaciones no lineales. Se evidenció un tránsito hacia razonamientos multiplicativos y funcionales, así como una mayor atención a la estructura de las relaciones entre variables.

En este momento, la argumentación adquirió un papel central. Las discusiones grupales promovieron la explicitación de supuestos, la comparación de estrategias y la validación colectiva de resultados. Este proceso fortaleció la dimensión metacognitiva del pensamiento matemático, al exigir a los estudiantes justificar y revisar sus decisiones.

4.3 Manifestaciones del razonamiento proporcional y no proporcional

El análisis permitió diferenciar dos esquemas de razonamiento que coexistieron a lo largo del proceso. El razonamiento proporcional se caracterizó por: reconocimiento de relaciones de covarianza, el uso de estrategias multiplicativas y la comprensión de la constante de proporcionalidad como vínculo funcional entre variables. Estas acciones evidenciaron una interpretación más estructural del concepto.

Por su parte, el razonamiento no proporcional se manifestó mediante: comparaciones directas, estrategias aditivas y aplicación inapropiada del modelo lineal. Sin embargo, estos razonamientos no fueron considerados únicamente como errores, sino momentos de organización conceptual que favorecieron la transición hacia estructuras más complejas. La confrontación entre ambos esquemas fortaleció la comprensión conceptual y evidenció que el desarrollo del pensamiento matemático implica tensiones productivas entre modelos explicativos.

4.4 La teoría emergente: tres vías de evolución del pensamiento matemático

La integración de categorías permitió construir una teoría sustantiva que explica la evolución observada como un proceso de transición en tres direcciones complementarias: **De lo mecánico a lo reflexivo,** el pensamiento inicial, centrado en la aplicación mecánica de procedimientos, evolucionó hacia formas de razonamiento que implican análisis del contexto, evolución de la pertinencia del mentado y justificación argumentada. **De lo aditivo a lo multiplicativo**, los estudiantes avanzaron desde comparaciones basadas en diferencias hacia relaciones proporcionales fundamentadas en razones, factores de escala y variación entre magnitudes. **De lo superficial a lo estructural,** se pasó de una lectura literal de los datos a una comprensión de relaciones subyacentes entre variables, lo que permitió reconocer invariantes geométricas y comportamientos lineales.

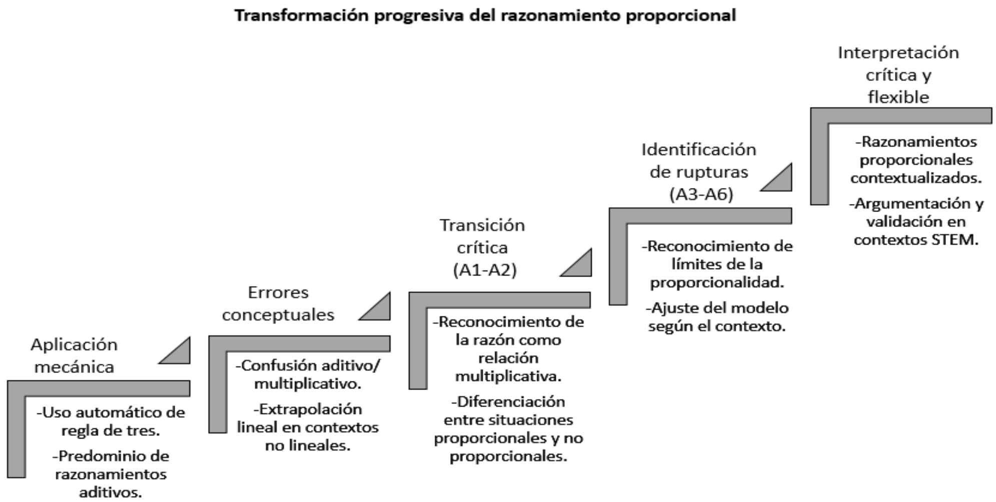
La teoría emergente se organizó en tres dimensiones interrelacionadas: **Cognitiva**, relacionada con estrategias y operaciones mentales. **Metacognitiva**, vinculada a la autorregulación y validación. **Sociocultural**, manifestada en la interacción a aplicación contextual.

La saturación teórica se alcanzó cuando las actividades finales no aportaron nuevas propiedades o dimensiones, sino que reforzaron las categorías ya consolidadas, otorgando coherencia interna y validez explicativa a la teoría fundamentada.

La figura 1 que se presenta a continuación, representa la evolución del pensamiento matemático desde una aplicación mecánica de estrategias proporcionales hasta una comprensión más crítica, contextual y flexible del razonamiento proporcional. El modelo sintetiza las transiciones identificadas mediante la teoría fundamentada a lo largo de la implementación de las actividades (A1-A6).

Figura 1

Modelo emergente del desarrollo del razonamiento proporcionales contextos STEM.



(Elaboración propia)

5 DISCUSIÓN

Los resultados muestran que el pensamiento matemático de los estudiantes se transforma progresivamente cuando se enfrentan a situaciones de proporcionalidad y no proporcionalidad en contextos STEM, en concordancia (Sari *et al.*, 2024), quienes encontraron que los estudiantes de secundaria presentan niveles diferenciados de razonamiento proporcional. En este estudio la evolución no se limita a la mejora procedimental, sino que implica una reorganización conceptual que conduce desde estrategias mecánicas hacia formas de razonamiento más reflexivos, argumentados y contextualizados. Al comparar estos hallazgos con la literatura revisada, se identifican convergencias teóricas, matices interpretativos y aportes que fortalecen la teoría sustantiva construida.

El uso de la teoría fundamentada permitió que las categorías y relaciones observadas emergieron directamente en los datos recolectados, asegurando que la construcción de la teoría sustantiva refleje la experiencia real de los estudiantes y no supuestos previos. Esta aproximación metodológica permitió interpretar de manera estructurada las transiciones cognitivas observadas.

Desde la perspectiva heurística de Polya (1989), se observó un tránsito desde la ejecución mecánica hacia procesos de comprensión, planificación, ejecución y verificación. No obstante, la fase de revisión no constituye un cierre definitivo, sino que se prolonga mediante la interacción social. Las discusiones grupales y la necesidad de justificar decisiones en escenarios STEM, donde la argumentación colectiva funcionó como mecanismo de regulación y ajuste estratégico. Este hallazgo refuerza la vigencia del enfoque heurístico e incorpora con mayor claridad su dimensión sociocultural en la consolidación del razonamiento matemático.

Los resultados también dialogan con la propuesta de Mason, Burton y Stacey (1984), al evidenciar procesos de especialización, conjetura, generalización y justificación. Sin embargo, estos procesos no ocurrieron de forma secuencial, sino que están entrelazados, especialmente ante rupturas de la proporcionalidad en situaciones no lineales. Donde los estudiantes debatieron, interpretaron variaciones, anticiparon comportamientos y validaron hipótesis.

En relación con los planteamientos de Piaget e Inhelder (1991) sobre la construcción progresiva de las estructuras operacionales formales, los resultados confirman la tensión entre razonamientos aditivos y multiplicativos como eje del desarrollo conceptual. Sin embargo, la transición hacia esquemas multiplicativos no depende exclusivamente del estadio cognitivo, sino también de la naturaleza del problema. El enfoque STEM generó situaciones que exigían cuestionar la aplicación automática de la regla de tres, analizar críticamente la pertinencia del modelo proporcional y construir conocimiento situado a partir de la interacción entre estructura cognitivas y demandas del contexto.

En el ámbito de la geometría, los estudiantes progresaron en la identificación de invariantes y la justificación de transformaciones proporcionales, aunque persisten dificultades al aplicar razonamientos lineales a áreas y volúmenes, lo que evidencia la necesidad de diseñar problemas que hagan evidente estas rupturas. El enfoque STEM actuó como un motor cognitivo que favoreció la modelación argumentación y validación colectiva, permitiendo a los estudiantes representar fenómenos, formular conjeturas y reorganizar su pensamiento desde enfoques lineales hacia interpretaciones más complejas, tal como lo señalan Manunure & Leung (2024) y Suryadi *et al*., (2020).

6 CONCLUSIONES

Los resultados muestran que el pensamiento matemático del estudiante se desarrolló de manera progresiva, pasando de estrategias mecánicas y aditivas hacia razonamientos reflexivos, multiplicativos y estructurales. Esta evolución no depende solo de la maduración cognitiva, sino que se ve favorecida por la interacción con problemas contextualizados y actividades interdisciplinarias STEM, que actuaron como motor cognitivo para la modelación, la argumentación y la validación colectiva.

La modelación matemática facilitó transformaciones de situaciones concretas en representaciones simbólicas y gráficas, promoviendo la comprensión de relaciones proporcionales y no proporcionales. La transición evidencia rupturas, reformulaciones y ajustes en la forma de pensar, reflejando la integración de tres dimensiones del pensamiento matemático: cognitiva, metacognitiva y sociocultural. Este enfoque combinado permite interpretar, construir y aplicar conocimiento de manera flexible y crítica, destacando la importancia del trabajo en equipo, la argumentación y el contexto como catalizadores del razonamiento proporcional.

El uso de la teoría fundamentada permitió que las categorías y relaciones observadas emergieron directamente de los datos, asegurando que la caracterización del pensamiento matemático refleje la experiencia real de los estudiantes y no supuestos previos.

REFERENCIAS

Ayan, R., & Isiksal-Bostan, M. (2019). *Middle school students' proportional reasoning in real life contexts in the domain of geometry and measurement*. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *50*(1), 65–81. https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/0020739X.2018.1468042

Blum, W. (2011). *Can modeling be taught and learnt?* In G. Kaiser et al. (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling: International perspectives on* *the teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 15–30). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_3

Cantoral, R. (2004). *Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional: Una mirada socioepistemológica*. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 17*(1), 1–9. https://files.core.ac.uk/download/pdf/33252729.pdf

Corbin, J. M., & Strauss, A. (1990). *Grounded theory research: Procedures, canons, and evaluative criteria*. *Qualitative Sociology, 13*(1), 3–21. https://doi.org/10.1007/BF00988593

Gea, M. M., Hernández-Solís, L. A., Batanero, C., & Álvarez-Arroyo, R. (2023). *Relating students' proportional reasoning level and their understanding of fair games*. *Journal on Mathematics Education, 14*(4), 663–682. http://doi.org/10.22342/jme.v14i4.pp663-682

Glasser, B. G. (2002). *Conceptualization: On theory and theorizing using grounded theory*. *International Journal of Qualitative Methods, 1*(2), 23–38. https://journals.sagepub.com/doi/pdf/10.1177/160940690200100203

Glasser, B., & Strauss, A. (1967). *The development of grounded theory*. Alden. http://www.sxf.uevora.pt/wp-content/uploads/2013/03/Glaser_1967.pdf

Gündogdu, N. S., & Piskin Tunç, M. (2022). *Improving middle school students' proportional reasoning through STEM activities*. *Journal of Pedagogical Research, 6*(2), 164–185. https://doi.org/10.33902/JPR.202213548

Manunure, K., & Leung, A. (2024). *Integrating inquiry and mathematical modeling when teaching a common topic in lower secondary school: An iSTEM approach*. *Frontiers in Education, 9*, 1376951. https://doi.org/10.3389/feduc.2024.1376951

Mardika, F., & Mahmudi, A. (2021). *An analysis of proportional reasoning ability of junior high school students*. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika, 8*(1), 22–32. https://doi.org/10.21831/jrpm.v8i1.14995

Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (1984). *Pensar matemáticamente*. Labor-M.E.C.

Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas* (pp. 61–66). https://www.mineducacion.gov.co/1780/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Matemáticas: Lineamientos curriculares* (pp. 38–40). MEN. https://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/MENLineamientoMatematicas.pdf

Piaget, J. (1991). *Seis estudios de psicología* (pp. 152–156).

Piaget, J., & Inhelder, B. (1956). *Similarities and proportions*. In *The child's conception of space* (pp. 320–374). W. W. Norton & Company.

Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas* (pp. 28, 35, 81). Trillas.

Prediger, S., Gravemeijer, K., & Confrey, J. (2015). *Design research with a focus on learning processes: An overview on achievements and challenges*. *ZDM, 47*. https://doi.org/10.1007/s11858-015-0722-3

Proulx, J. (2023). *Relative proportional reasoning: Transition from additive to multiplicative thinking through qualitative and quantitative enmeshments*. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1–22. https://doi.org/10.1007/s10763-023-10373-y

Santana-Ramírez, H. F., Salgado-Beltrán, G., García-García, J., & López-González, A. (2025). *Alternative conceptions about proportional reasoning in high school students*. *Infinity Journal, 14*(3), 781–796. https://doi.org/10.22460/infinity.v14i3.p781-796

Sari, R. N., Rosjanuardi, R., Isharyadi, R., & Nurhayati, A. (2024). *Level of students' proportional reasoning in solving mathematical problems*. *Journal on Mathematics Education, 15*(4), 1095–1114. https://doi.org/10.22342/jme.v15i4.pp1095-1114

Strauss, A., & Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa: Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada* (pp. 110–177). Universidad de Antioquia.

Suryadi, A., Yuliati, L., & Wisodo, H. (2020). *Could STEM-based phenomenon learning improve students' proportional reasoning*. *ILHSS-20, TILEIS-20 & EABID-20, 2*(4). https://doi.org/10.17758/DIRPUB8.DIR0320440

Svanteson Wester, J., & Kullberg, A. (2020). *Understanding the relationship between length and area when changing the size of a two-dimensional geometric figure*. *Nordic Studies in Mathematics Education, 25*(1), 89–109. https://ncm.gu.se/wp-content/uploads/2022/02/25_1_089110_svanteson_wester.pdf

Vasco, C. E. (2006). *El pensamiento variacional y la modelación matemática* (p. 6). https://www.studocu.com/es-mx/document/universidad-de-mexicali/quimica/carlos-e-vasco-pensamento-variacional-y-la-modelacion-matematica/13026673

Wu, X., Yang, Y., Zhou, X., Xia, Y., & Liao, H. (2024). *A meta-analysis of interdisciplinary teaching abilities among elementary and secondary school STEM teachers*. *International Journal of STEM Education, 11*(1), 38. https://doi.org/10.1186/s40594-024-00500-8

Yeong, J., Martinez, R., & Dougherty, B. (2020). *Misconceptions on part-part-whole proportional relationships using proportional division problems*. *Investigations in Mathematics Learning, 12*(2), 67–81. https://pure.psu.edu/en/publications/misconceptions-on-part-part-whole-proportional-relationships-usi