

CARACTERÍSTICAS DE PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS QUE CREAN ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN PRIMARIA EN ESCUELAS CHILENAS

CHARACTERISTICS OF MULTIPLICATIVE PROBLEMS POSED BY PRIMARY SCHOOL STUDENTS IN CHILE

Artículo recibido el: 09/10/2025

Artículo aceptado el: 09/12/2025

Nielka Rojas*

*Escuela de Educación, Universidad Católica del Norte, Chile

Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-3548-635X>

nrojas03@ucn.cl

Fabiana Scattarética**

**University of Bristol, England

Orcid: <https://orcid.org/0009-0004-4787-2225>

fabscatta@gmail.com

Elisabeth Ramos-Rodríguez***

***Instituto de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Valparaíso, Chile

Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-8409-4125>

elisabeth.ramos@pucv.cl

Miguel Picado-Alfaro****

****Escuela de Matemática, Universidad Nacional, Costa Rica

Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-7574-0797>

miguel.picado.alfaro@una.cr

Noemí Pizarro*****

*****Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, Chile

Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-6743-2145>

noemi.pizarro@umce.cl

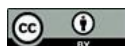
The authors declare that there is no conflict of interest

Resumen

La invención de problemas es una actividad relevante dentro de la experiencia matemática de los estudiantes, además desde el punto de vista de la investigación, es un campo propicio para profundizar en las cualidades de los problemas creados. Asimismo, se constituye como una herramienta que permite al profesor, tener una visión sobre la comprensión de los conceptos y procedimientos matemáticos que tienen los estudiantes. En este trabajo presentamos particularidades respecto del tipo de contexto, tipos de problemas multiplicativos y complejidad matemática de situaciones planteadas por 109 estudiantes de 6° de Educación Primaria. Presentamos resultados del análisis de los enunciados creados por los estudiantes, prevaleciendo aquellos enunciados de tipo proporcionalidad simple multiplicativa, evidenciándose que los estudiantes tienen integrado un solo modelo de problema

Abstract

Problem invention is an important activity in students' mathematical experience. Furthermore, from a research perspective, it is a field that lends itself to in-depth study of the qualities of the problems created. It also serves as a tool that allows teachers to gain insight into students' understanding of mathematical concepts and procedures. In this paper, we present particularities regarding the type of context, types of multiplicative problems, and mathematical complexity of situations posed by 109 sixth-grade elementary school students. We present the results of the analysis of the statements created by the students, with those of simple multiplicative proportionality prevailing, showing that the students have integrated a single model of multiplicative problems, making it necessary to promote multiplicative relationships in schools in more complex situations such as comparison, Cartesian



multiplicativo, siendo necesario promover en las escuelas relaciones multiplicativas en situaciones más complejas como la comparación, producto cartesiano de medida y combinación e igualación.

Palabras clave: Problemas Multiplicativos. Invención de Problemas. Educación Primaria. Estudio Cualitativo. Multiplicación.

product of measurement, and combination and equalization.

Keywords: *Multiplicative Problems. Problem Invention. Primary Education. Qualitative Study. Multiplication.*

1 INTRODUCCIÓN

La habilidad de resolución de problemas de matemáticas (RPM) es una preocupación en los currículos educativos; en los últimos años ha sido considerada como una actividad central en el aprendizaje de las matemáticas, incrementando su presencia en los currículos (Castro, 2008; MINEDUC, 2012; Olivares et al., 2021; Santos, 2001).

La Organización de las Naciones Unidas para la Educación, Ciencia y la Cultura (UNESCO, OREALC, 2013) señala que la enseñanza de la matemática tiene como enfoques generales la resolución de problemas, la aplicación de los conocimientos matemáticos a situaciones cotidianas y el desarrollo de la capacidad de argumentar y comunicar resultados. El Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE, 2016) destaca que la RPM supone activar todas las habilidades del pensamiento de los estudiantes y relacionar fuertemente el conocimiento matemático adquirido en el ámbito escolar con la vida cotidiana. Así, la resolución de problemas es un eje articulador del contenido matemático, ya que permite la capacidad de análisis, comprensión, razonamiento y aplicación, constituyéndose como una competencia básica que los alumnos deben adquirir (Blanco et al., 2015).

En Chile, el Ministerio de Educación (MINEDUC, 2012) plantea que la resolución de problemas es el foco de la enseñanza de la matemática, siendo un medio y un fin para lograr una buena educación matemática. El informe PISA (Programme for International Student Assessment) muestra bajos resultados obtenidos en competencia matemática (PISA-OCDE, 2012; 2018). En 2022, este informe expone una caída en el desempeño matemático a nivel global –tendencia visible desde antes del 2018–, por lo que esta situación no es atribuible a la pandemia de manera exclusiva. Chile se posiciona con 412 puntos, bajando sus resultados en comparación a otros años y permaneciendo bajo la media OECD; desde 2006 cerca de la mitad de los estudiantes en Chile no consigue el

nivel mínimo de competencia en Matemática (OECD, 2023; Agencia de la Calidad de la Educación, 2022). Al considerar los países de la media, sólo uno de cada cinco estudiantes es capaz de solucionar problemas muy sencillos (nivel 1), siempre que sean en contextos familiares.

Por otra parte, la invención de problemas (IP) es una línea de investigación que surge de los estudios realizados sobre la resolución de problemas matemáticos. Se refiere a la creación de nuevos problemas a partir de una situación dada, o bien a la reformulación durante el proceso de resolución. Castro (2008) acentúa el valor educativo que tiene esta actividad y la importancia de que los estudiantes inventen/planteen/formulen problemas; Felmer et al. (2014) señalan que los profesores ofrecen pocas oportunidades a sus estudiantes para desarrollar la habilidad de resolución de problemas matemáticos, lo que podría ser un factor para el desenvolvimiento inapropiado de los estudiantes ante actividades de resolución de problemas matemáticos (RPM). Ambos posicionamientos sugieren su incorporación a las clases de matemáticas.

De acuerdo con lo expuesto, la actividad de inventar problemas matemáticos resulta oportuna para esta investigación, tanto porque ha sido poco considerada en el quehacer diario de la enseñanza de la matemática en Chile, como por configurarse en una ventana para caracterizar los tipos de problemas matemáticos que los estudiantes inventan.

Este estudio busca la caracterización de los tipos de tareas matemáticas vinculadas al concepto de multiplicación, en relación con los tipos de problemas multiplicativos que generan los estudiantes, los diversos contextos que emplean y la complejidad matemática de las situaciones propuestas, aspectos que permitirán caracterizar las tareas que inventan. Se utiliza la IP, ya que permite a los estudiantes trabajar sobre el significado de los conceptos o procedimientos matemáticos, o su utilidad, y transferirlo a una variedad de situaciones o contextos (Blanco et al., 2015). El estudio tiene como objetivo caracterizar las producciones enunciadas por estudiantes de 6° de Educación Primaria, a través de la invención de problemas matemáticos multiplicativos, mediante la identificación y descripción de los tipos de tareas multiplicativas, los niveles de complejidad y los contextos que desarrollan los estudiantes a través de la creación de problemas matemáticos.

Para la continuidad de este estudio, se propone explorar la capacidad que manifiestan los estudiantes al inventar problemas matemáticos; a pesar de que existen

resultados generales de las evaluaciones estandarizadas, aún no se ha explorado directamente y en profundidad cómo se desenvuelven los estudiantes ante esta competencia matemática. Igual de importante resultaría indagar sobre la apropiación que tienen los estudiantes acerca de los tipos de problemas multiplicativos, para analizar el significado de multiplicación que prevalece.

2 MARCO CONCEPTUAL

Para este estudio se considera que un enunciado es un problema matemático según la definición de Ayllón et al. (2008):

En el contexto escolar se entiende como problema a un enunciado verbal o escrito en el cual la información proporcionada es cuantitativa (datos), además tiene una condición contenida que expresa relaciones entre los datos, y la pregunta se refiere al descubrimiento o determinación de una o varias cantidades o relaciones entre las mismas (p.226).

Investigadores de diversas disciplinas comparten el hecho de que la ciencia es, en sí misma, una actividad de resolución de problemas, esto porque forma parte de la actividad intrínseca al quehacer científico. Luego, cada disciplina aborda la noción de problemas desde una perspectiva propia (Castro, 2008).

La resolución de problemas se integra como un contenido escolar que se presenta como meta relevante para la educación de los estudiantes a nivel mundial. Una evidencia de la transversalidad y relevancia de la resolución de problemas se ve reflejada a través de la evaluación internacional PISA, que pretende “identificar la existencia de ciertas capacidades, habilidades y aptitudes que, en conjunto, permiten a la persona resolver problemas y situaciones de la vida” (OCDE, 2006, p. 6).

En Chile, de acuerdo con las Bases Curriculares (2012) las cuales se organizan en Objetivos de Aprendizaje y Objetivos de Aprendizaje Transversales, y que contemplan metas de carácter comprensivo y general para la educación escolar –en este caso en Educación Primaria–, se promueve el desarrollo de la capacidad para “resolver problemas de manera reflexiva en el ámbito escolar, familiar y social utilizando tanto modelos y rutinas como aplicando de manera creativa conceptos y criterios” (MINEDUC, 2012, p.16), existiendo una visión amplia de la resolución de problemas como herramienta para desenvolverse en el mundo globalizado.

La RPM es un tema que ha sido ampliamente estudiado (Castro, 2008; Ellerton, 2015; Silver, 1994; entre otros), siendo una extensa línea de investigación con diversas corrientes y que aún está muy vigente. De acuerdo con Kilpatrick (1978), desde el ámbito escolar se debe tener en cuenta que para la RPM intervienen tres dimensiones: el *problema*, *interrogante o cuestión* que se plantea; el *estudiante* (resolutor) a quien se plantea el problema para que lo resuelva; y la *situación* en que se resuelve el problema (para este contexto corresponde el aula, guiada por el profesor-facilitador). De aquí derivan la gran mayoría de las corrientes de investigación las cuales se centran en uno o más componentes de esta tríada. Lester (1983) complementa esta idea indicando categorías o variables para clasificar las líneas prioritarias de las investigaciones sobre la RPM, a saber: factores de la tarea, factores del sujeto, factores del proceso, factores ambientales, factores de instrumentación y metodología de la investigación.

En la década de los 80 se propone la inclusión de la RPM como eje de la enseñanza de la matemática escolar; el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas norteamericano (NCTM, 2000) ubica como primer ítem y principal objetivo de la enseñanza de la matemática a la RPM; es un marco ideal para la construcción de aprendizajes significativos y fomentar el gusto por las matemáticas (Carrillo, 1995). Del mismo modo la invención de problemas (IP) es considerada como actividad matemática compleja, y junto a la RPM incidentes en el desarrollo de la competencia matemática.

El modelo de Niss (2002) introduce competencias específicas relacionadas con la habilidad para preguntar y responder cuestiones en matemática y por medio de las matemáticas: pensar, modelizar, argumentar matemáticamente junto con resolver e inventar problemas matemáticos. Con especificidad, las capacidades de identificar, definir y plantear diferentes tipos de problemas matemáticos, junto con resolver diferentes tipos de problemas (teóricos, prácticos, de respuesta abierta y cerrado), ya sean planteados por otros o por uno mismo, son incluidas como actividades que deben iniciarse a edades tempranas, dado que estas capacidades en su conjunto abarcan el dominio de las habilidades de la disciplina como su componente práctico. Considerando que la competencia matemática no es algo que se enseñe, sino que es un objetivo a largo plazo del proceso de enseñanza y aprendizaje, se requiere activar procesos para que el estudiante use las matemáticas en la resolución de situaciones problemáticas de su quehacer diario (Fernández y Barbarán, 2015).

Existen variadas clasificaciones para los problemas matemáticos. Desde un enfoque curricular los problemas se clasifican en “rutinarios” y “no rutinarios”. Verschaffel y De Corte (1996) indican que la expresión *rutinario* se utiliza para referirse a situaciones propias de los libros de textos escolares y a situaciones concretas, con los datos necesarios para resolver el problema, operaciones aritméticas, solución generalmente única, el proceso de seleccionar la operación atiende a reglas, y el contenido del problema se relaciona directamente con lo aprendido en la escuela en el momento que se plantea el problema. Para el caso del término *no rutinario* son varias las situaciones que comprende; las reales (compras, viajes, etc.) en que la información no viene dada o prefabricada y las soluciones no presentan, en principio, una relación directa con operaciones simbólicas, sino que hay que relacionar cosas conocidas; igualmente, dada una situación de base formular o plantear un problema; a partir de ciertas condiciones con datos, modificar y plantear un problema (*reformular un problema*) (NCTM, 1991); por último, situaciones en que el modelo matemático o las soluciones no son obvias y están condicionadas por el contexto realista de la tarea.

La IP surge como línea de investigación desde la resolución de problemas y tras numerosas investigaciones en la materia es aceptado el vínculo que tienen estas líneas como actividades en que una potencia a la otra. Al respecto, la práctica que poseen los alumnos en materias de RP constituye un elemento que influye fuertemente en la relación establecida entre la invención y la resolución de problemas (Ayllón et al., 2016).

Kilpatrick (1987) indica que la formulación de problemas es una componente importante de la resolución y que ha recibido poca atención explícita en el currículo de matemáticas. Autores como Pólya, Freudenthal, Silver, entre otros, advierten que cuando un sujeto inventa un problema está alcanzando niveles elevados de razonamiento que hacen posible la construcción del conocimiento matemático. Además, la actividad de inventar problemas resulta una manera eficiente de aprender matemáticas, al mismo tiempo que el sujeto realiza una actividad intelectual y de demanda cognitiva alcanzando niveles de reflexión complejos.

Christou et al. (2005) establecen algunos procesos cognitivos que necesita el *inventor* –semejando al *resolutor* en el ámbito de la RPM– identificando: editar, seleccionar, comprender y organizar información y traducirla de una forma de representación a otra, estableciendo relaciones entre distintos conceptos matemáticos. Ellerton (2015) señala que la IP resulta un componente integral del currículo de la

matemática, introduciendo un nuevo término “Pedagogy for Problem Posing” el cual describe la IP como un componente integral de modelamiento matemático y aboga por que se integre a las actividades rutinarias de matemáticas en el aula, en donde el profesor asume el rol de transformar la clase en un ambiente constructivo y productivo de aprendizaje a través de la invención de problemas.

PISA (2022) enfatizó la medición del Pensamiento Creativo de los estudiantes, en cuanto a su capacidad para enfrentar problemas emergentes y del futuro, mediante procesos que permitan formular, emplear e interpretar las matemáticas, enfatizando la creatividad e innovación como factores determinantes en la historia humana (OCDE, 2023), dando cuenta una vez más de la relevancia que tienen la invención y resolución de problemas.

Para este estudio consideramos la propuesta de PISA sobre clasificaciones de problemas matemáticos (OCDE 2006, p.12), orientada a medir la competencia matemática que deben tener los resolutores a través de diversos problemas y tareas matemáticas. Se establecen categorías de valoración, para medir los procesos que el estudiante debe realizar o para clasificar las situaciones o contextos en que se plantean dichos problemas matemáticos, esto último se relaciona directamente con el propósito de este trabajo, distinguiéndose tres niveles de complejidad progresiva: reproducción, conexión, y reflexión.

En el nivel de *reproducción* se trabaja con operaciones comunes, cálculos simples y problemas propios del entorno inmediato y la rutina cotidiana. En términos del objeto matemático del estudio, se considera como problemas multiplicativos de reproducción a aquellos en que se tiene la operación $a \times b = c$, en que la incógnita varía de posición entre los factores o el resultado, resolviéndose la operación de forma inmediata y en un paso. Los problemas de *conexión* involucra ideas y procedimientos matemáticos para la solución de problemas que ya no pueden definirse como ordinarios, pero que aún incluyen escenarios familiares. Los problemas multiplicativos de conexión serán aquellos que se relacionan con contenidos matemáticos de niveles iniciales y superiores; es decir, casos en que se establecen relaciones intra-matemáticas al abordar problemas de más de una etapa, implicando mayor dificultad por generar conexiones entre dos o más contenidos matemáticos. Y los problemas de *reflexión* implican la solución de problemas complejos y el desarrollo de una aproximación matemática original, para ello los estudiantes deben matematizar o conceptualizar las situaciones.

Esta clasificación definida por PISA será considerada como criterio de análisis para las producciones que realizan los estudiantes, junto a los diferentes contextos que se emplean: *personal, educativo o laboral* (actualmente definido como ocupacional) vinculados al contexto inmediato de los alumnos y sus actividades diarias (familia, amigos, entre otros), a la escuela y sus distintos elementos (aula, asignaturas, estudiantes, profesores), y a los diversos tipos de trabajos (empresas, herramientas o maquinarias, situaciones laborales); *público* (actualmente llamado social o científico) asociado a la comunidad, considera situaciones que involucran a la sociedad en su conjunto; y *científico* que considera el análisis de procesos tecnológicos o situaciones específicamente matemáticas.

Respecto a la multiplicación, esta corresponde a una operación de la forma $a \times b = c$ que cumple con ciertas propiedades; así mismo se describe la división como su operación inversa la que se representa formalmente como $c \div b = a$, o $c \div a = b$, e igualmente cumple con diversas propiedades. Isoda y Olfos (2009) apuntan que “la multiplicación sirve para hallar un número llamado producto que sea respecto del multiplicando lo que el multiplicador es respecto de la unidad” (p.45), distinguiéndose de situaciones aditivas. Así, la multiplicación implica interacción de un número en función de otro, además, modela situaciones.

El aprendizaje de la multiplicación y la división se compone de dos aspectos fundamentales: el significado de las operaciones y el dominio del cálculo. Castro y Ruíz (2011) detallan dos situaciones de la multiplicación que se deben enfatizar en el sistema escolar para construir el significado matemático de este concepto: suma repetida o reiterada y producto cartesiano. El primer significado es extendido e incluido en los textos escolares, siendo fundamental “construir la multiplicación partiendo de la fragmentación, formación de grupos y la suma repetida” (Isoda y Olfos, 2009, p.48).

Profundizando sobre esta línea, Castro y Ruiz (2011) indican que de la suma como operación aritmética básica se pueden definir otras operaciones, y por ello representa uno de los significados más elementales de la multiplicación, su uso se justifica como un principio de economía que simplifica el expresar una unidad repetida varias veces, la unidad puede ser el cardinal de un conjunto o una medida. Mientras que el producto cartesiano, no acude a la operación de adición, la multiplicación puede definirse como una nueva operación. Desde este punto de vista la multiplicación es una operación binaria

simétrica en la que ambos factores desempeñan el mismo rol, así a partir de dos conjuntos distintos se obtienen todos los pares combinados.

Ahora, Castro y Ruiz (2011) proponen una clasificación para problemas que se resuelven con las operaciones de multiplicación o división (problemas de estructura multiplicativa). Esta clasificación general se sitúa desde una perspectiva lingüística para buscar las relaciones semánticas entre las proposiciones presentes en el enunciado de un problema: de acuerdo con la situación representada en el problema se relaciona la operación aritmética con una situación cotidiana que se desarrolla en tiempo y lugar determinados; esta referencia a la situación representada en el enunciado le otorga significado a las operaciones implicadas.

La siguiente clasificación de problemas identifica situaciones que están siendo representadas en el enunciado; se incluyen dos grandes categorías principales: problemas de una etapa y problemas de más de una etapa o mixtos.

Los problemas de una etapa se resuelven con una sola operación, ya sea multiplicación o división, pero con tres cantidades, dos de ellas aparecen explícitamente en el enunciado y se pide hallar la tercera para completar la relación, pudiendo estar la incógnita en alguno de los factores o en el resultado. Se consideran cuatro tipos: (1) de proporcionalidad simple, donde existe una proporción simple y directa entre dos espacios de medida o dos magnitudes diferentes, se incluyen los problemas de regla de tres, aunque estos últimos implican mayor complejidad; (2) de comparación multiplicativa, que relacionan tres magnitudes, una actúa como referente en la comparación, otra como cantidad comparada, y la tercera como factor de comparación, se establece una relación entre dos cantidades (doble, triple, tantas veces más, etc.), y (3) de producto cartesiano, en ellos aparecen dos cantidades para determinar el número de combinaciones que se establecen entre ellas. En esta categoría se incluyen los problemas que representan situaciones tanto de área, volumen, como de combinaciones (matrices). Admite solo dos variantes; factor o producto desconocido.

La clasificación de problemas mixtos resulta de las propuestas que han realizado autores como Puig y Cerdán (1988) y Castro y Ruíz (2011) quienes incluyen problemas que contienen más de una situación de las señaladas anteriormente. Estos problemas se resuelven a través de dos o más operaciones aritméticas consecutivas, el número de pasos dependerá del número de relaciones entre las cantidades y generalmente se recurre a otra estructura, por ello implican una mayor complejidad. También llamados de operaciones

combinadas, por incluir estructuras aditivas y multiplicativas simultáneamente, interviniendo distintas operaciones pertenecientes a campos conceptuales diferentes, el resolutor debe descubrir las relaciones y orden estratégico para resolver el problema (Espinoza, 2011, p. 22). A su vez, son considerados como un indicador de la complejidad matemática del enunciado por cuanto implican conexiones intra-matemáticas.

3 METODOLOGÍA

La investigación corresponde a un estudio cualitativo de tipo descriptivo, que caracteriza las producciones enunciadas por estudiantes de 6° de Educación Primaria ante tareas para la invención de problemas multiplicativos, de acuerdo con las variables presentes en los enunciados (tipo de contexto, complejidad matemática y tipos de problemas multiplicativos).

Analizamos las respuestas de 109 estudiantes, de tres colegios de la comuna de Antofagasta que representan los tres tipos de administración económica (particular, particular-subvencionado y municipal) con el fin de mostrar distintas perspectivas y documentar la diversidad en los enunciados creados. Se obtuvieron 327 enunciados, que permiten una primera clasificación general y específica según el tipo de contexto, complejidad matemática y tipos de problemas multiplicativos.

3.1 Diseño de instrumento

Para este estudio hemos elegido la situación descrita por Stoyanova (1998) y Blanco et al. (2015): se presentan situaciones semiestructuradas de invención de problemas –a estudiantes de 6° de Educación Primaria– que consisten en entregar información cuantitativa de base, en este caso se incluyeron imágenes para facilitar la actividad de inventar problemas.

Inicialmente se elaboró un instrumento con seis situaciones, aplicándose a 29 estudiantes con talento académico, pertinente a un programa ministerial, lo que permitió validarlas. Para ello, se consideraron los contextos que resultaron accesibles a los estudiantes, mediante una alta tasa de respuesta, y que a su vez favorecieron la creación de enunciados con la mayor diversidad de contextos y de tipo multiplicativo. Se definieron tres situaciones: [A1] que indicaba crear un problema de multiplicación sin

información cuantitativa de base; [A2] se plantean dos números, y [A3] una imagen de una caja de remedio con datos de miligramos del contenido. Además, la validación permitió considerar otras medidas en cuanto a la organización (tiempo, materiales, rol de los aplicadores, entre otros).

3.2 Análisis

En la Figura 1, se consideran los criterios para clasificar los problemas planteados por los estudiantes, considerando los elementos del marco conceptual.

Figura 1

Esquema resumen de cómo se clasifica los enunciados.



En este estudio se analizan los problemas matemáticos, luego se estudia la complejidad matemática del problema, la estructura multiplicativa semántica y sintáctica de los mismos junto a tipos de contextos y sus respectivas variables, resumidas en la Tabla 1.

Tabla 1

Matriz de análisis de los problemas según tipos de variables

Categorías de análisis		Tipos de variables		
Estructura sintáctica	El enunciado es o no un problema.			
Complejidad matemática	Reproducción	Conexión	Reflexión	
Tipos de contextos	Personal	Educativo	Social	Científico

Categorías de análisis			Tipos de variables		
Cómo resuelve	Correcto	Incorrecto	Correcto aditivamente	Incorrecto aditivamente	No resuelve
Estructura multiplicativa semántica	Proporcionalidad simple	Comparación	Igualación	Producto cartesiano	Problema de más de una etapa
	Multiplicación	Aumento		Combinación	Se aplica la misma clasificación para cada proposición.
	División partitiva	Disminución		Producto de medidas	
	División cuotitiva				

Considerando que el análisis cualitativo es un proceso cíclico y una actividad reflexiva, ha sido posible fragmentar los datos y dividirlos en unidades significativas, siempre manteniendo una conexión con el total. Permitiendo organizar los datos en un sistema derivado de ellos mismos, de esta manera la codificación que se mostraba (deductivo-inductivo), responde a criterios cualitativos en que las categorías empleadas inicialmente devienen de trabajos previos para organizar la información, utilizando conceptos teóricos del marco conceptual, posteriormente se procede a la elaboración y/o ajuste de las categorías elaboradas a los datos y no viceversa (Coffey y Atkinson, 2003).

4 ANÁLISIS Y RESULTADOS

El instrumento se aplicó a 109 estudiantes de 6° año de Educación Primaria (entre 11 y 12 años), de tres colegios de una región de Chile, de distinta administración. Los problemas corresponden a 327 enunciados creados, de ellos se clasificaron 177 como problema matemático multiplicativo (PMM). Al respecto, un 34% de los enunciados se identifican como no problema matemático, clasificados de esta manera según las siguientes características: ser un ejercicio, operacional, presentar ausencia de pregunta, datos insuficientes, o incoherencia verbal. Dentro de esta misma categoría se ha incluido el 7% de enunciados que no fueron abordados.

Adicionalmente, se obtienen problemas matemáticos relacionados con la estructura aditiva (12%) los cuales al igual que los *no problemas* tampoco son estudiados. De los 327 enunciados inventados un 54% (177) corresponden a PMM, ya que cumplen las características descritas por Ayllón et al. (2008), siendo las unidades de análisis en este estudio.

Desde el punto de vista de los participantes, el análisis arroja que el 27% de los estudiantes consigue desarrollar la tarea completa; es decir, inventar o crear un PMM para las tres situaciones ofrecidas, por su parte el 30% lo hace para dos situaciones, mientras que el 22% logra crear PMM solo para una de las situaciones, por último, se obtiene que un 21% de los 109 estudiantes no logra realizar parcial o totalmente la tarea.

Es relevante señalar que para los 86 estudiantes que logran inventar uno o más PMM no existe preferencia o dificultad frente a las tres situaciones presentadas, esto se deduce a partir de los porcentajes de respuesta los cuales resultan similares; 32% se alcanza en situación [A1] (sin información cuantitativa de base); 36% para la situación [A2] (imagen de números), y 31% situación [A3] (imagen de remedio).

Hay que indicar que los tres colegios en que se realizó la aplicación del instrumento obtuvieron porcentajes similares de cantidad de problemas creados. Siendo 60 problemas creados en el colegio municipal, 64 con subvención del estado y 53 particular, que está en proporción a la cantidad de estudiantes por escuelas. Considerando que el foco está en el análisis de los problemas, este estudio no diferencia por sistema educativo.

4.1 Tipo de problemas multiplicativos creados

Específicamente, para la variable tipo de problemas se tratan separadamente los resultados, según sean problemas de una etapa (130) o más de una etapa (47), luego tanto la complejidad matemática como los tipos de contextos se analizan considerando los datos correspondientes a los 177 problemas multiplicativos.

De un total de 130 PMM de una etapa, creados por estudiantes de los tres colegios, el 81% de estos corresponde al tipo proporcionalidad simple de multiplicación la cual se caracteriza por presentar una multiplicación simple y directa. Por otro lado, el 18% de los problemas llevan a emplear la división como operación para su resolución, específicamente 15 son del tipo partitiva y 8 del tipo cuotitiva o de medida. Solo un problema presenta una comparación por aumento, lo cual desde el punto de vista semántico implica mayor complejidad. En la Tabla 2 se presentan ejemplos de las producciones en las categorías indicadas.

Tabla 2*Ejemplos de los tipos de problemas multiplicativos de una etapa.*

Proporcionalidad simple de multiplicación	Proporcionalidad simple partitiva
Diego come 2 barras de chocolate al día durante mes de febrero. ¿Cuántos comió en el mes?	Jose quiere repartir sus ⁵⁶ autitos en 14 cajas. ¿Cuántos autitos le caben en cada caja?
Proporcionalidad simple cuotitiva	Comparación por aumento
En un curso hay 56 Alumnos, si la profesora los divide en grupos de 4 Alumnos cada uno. ¿Cuántos grupos hay?	Juan tiene ⁵⁶ laminas y su amigo Javiers tiene 14 veces las laminas de Juan. ¿Cuántas laminas tiene Javiers?

En promedio el porcentaje de creación fue de 43 problemas para cada una de las tres situaciones que conformaron el reactivo, no existe alguna situación que haya presentado importante baja de respuesta, a pesar de que en la primera situación no se ofrecía información cuantitativa de base a diferencia de las otras dos. Lo anterior revela que aquellos estudiantes capaces de inventar problemas multiplicativos lo hacen independiente de la estrategia empleada para inducir el proceso.

De los 47 problemas creados de dos etapas, aplicando la proposición la clasificación tipo de problema multiplicativo según estructura semántica (Castro y Ruíz, 2011) se presenta con mayor frecuencia el tipo proporcionalidad simple multiplicativa, independiente si es en la primera o segunda proposición, indicar que de las 94 proposiciones estudiadas el 55% de estas presentan relaciones de multiplicación directas o de baja complejidad. Además, destaca que para la segunda proposición los estudiantes emplean relaciones aditivas, las que se usan como complemento en el planteamiento de sus problemas, por esta razón ha sido considerado como dato estadístico, aun cuando no pertenecen a la estructura estudiada.

Los resultados muestran que la proporcionalidad simple multiplicativa es el tipo de problema más presente entre los estudiantes, más de la mitad de los problemas ya sean de una o dos etapas, generan enunciados usando relaciones semánticas simples y directas entre sus cantidades, por ende, resultan de menor complejidad matemática. La operación división aun cuando es parte de la estructura multiplicativa, está presente en menor cantidad 18% y 13% para los problemas de una etapa o dos etapas, respectivamente. Por último, los tipos de problemas de mayor complejidad desde el punto de vista semántico; comparación y producto cartesiano con sus respectivas subclases están presentes en bajo

porcentaje, sólo se describe un problema de tipo comparativo por aumento para los de una etapa, mientras que la presencia de estos aumenta levemente a un 7% en aquellos problemas de dos etapas.

4.2 Complejidad matemática

Para el estudio de la complejidad matemática de los PMM creados, se aplican los criterios de PISA (2012), los que clasifican según la complejidad matemática según reproducción, conexión o reflexión.

El análisis correspondió a los 177 PMM, presentándose en general baja complejidad matemática, caracterizándose principalmente por involucrar operaciones de multiplicación o división de tipo directa, las cantidades que intervienen son bajas y son característicos de este nivel de complejidad los problemas del tipo proporcionalidad simple, ya sea multiplicativa, partitiva o cuotitiva.

Por otra parte, aquellos problemas de conexión que implican mediana complejidad representan el 25% del total de PMM. Específicamente, el enunciado de los problemas conecta con la estructura aditiva mientras que sólo 3 problemas enlazan con otro contenido matemático como área, volumen y mínimo común múltiplo. Obteniendo que los PMM de una etapa pueden ser de reproducción o reflexión, en cambio, los problemas de dos etapas pueden indicar mayor complejidad matemática, sin embargo es pertinente desglosar los resultados antes de asignarlos inmediatamente como problemas de mayor complejidad, ya que, tal como se ha visto en esta oportunidad el 60% de los problemas no resultan complejos por presentar relaciones semánticas de mayor nivel, como las de comparación (presente en un 5%), combinación (0%) o producto cartesiano (2%), manteniendo las relaciones multiplicativas directas u operacionales. En consecuencia, los enunciados están siendo asignados como problemas más complejos exclusivamente por poseer dos proposiciones (operaciones), perteneciendo a la categoría de dos o más etapas.

Por ejemplo, nueve enunciados se identificaron en el mayor nivel de complejidad matemática; reflexión, al presentar relaciones no directas y poco explícitas entre las cantidades. Además, estos problemas se caracterizan por entregar en el enunciado alguna condición, la cual no permite resolver el problema de manera inmediata. También fue posible identificar la pregunta como un elemento que asigna complejidad, en vez de ser explícitas, solicitan más conclusiones o se presentan más simuladas, por ejemplo, ¿cada

cuánto se le agota un frasco? o ¿Le va a faltar o sobrar dinero? Lo anterior se evidencia en la Figura 3.

Figura 3

Asignación de problemas según complejidad matemática del tipo reflexión.

Si uno caja de remedio tiene de 6 litros y trae 6 botellitos. Si tengo que tomar 1 botellito al mes cuánto? ¿Cuántos litros bebere en 1 año?	Ignacio quiere comprar 37 audífonos para su hijo. Y cada caja tiene 11 audífonos y vale \$2.700. Y Ignacio quiere comprar con \$5461 ¿cuántas cajas deberá comprar? ¿Le va a faltar o sobrar dinero?
--	---

4.3 Tipo de contexto

En cuanto a la clasificación realizada para determinar los tipos de contextos se consideran las categorías descritas por PISA (2012). Para ello, se identifica el tema de los enunciados, que permita identificar una categoría, por ejemplo, supermercado, aula de clases, hospital, farmacia, entre otros. También se identifica la acción que se realiza (compra de remedios, venta de productos, fabricación de productos) o identificando los sujetos (amigos, compañeros de curso, familia, animales). Con esta información se asigna al contexto personal, educativo/laboral, social y científico.

Como resultado se obtuvo que el 69% de los problemas multiplicativos presentó un enunciado en contexto personal (sueldo, natación, compra de comida y remedio, mesada, amigos tecnología y juguetes), el 17% lo hizo en contextos educativo o laboral (aula, escuela de canto, materiales escolares, revista escolar, almacén, empresa, restaurante y universidad), mientras que el 14% restante inventó sus problemas en contextos sociales (banco, bandas de música, cine, hospital, municipalidad, parada de buses, supermercado y grupo Scout), ninguno de los problemas pudo ser asignado al contexto científico.

La situación [A2] que planteaba dos números permite mayor porcentaje de problemas creados y resulta relevante, ante una situación numérica desprovista de contexto, en que el 85% de los estudiantes le otorga significado al relacionarlas con contextos personales. Para el caso de la situación [A3] con la imagen de los remedios, un 60% y 25% de los estudiantes generan problemas en contexto personal y

educativo/laboral respectivamente, solo un 14% relaciona la imagen con contextos sociales.

5 CONCLUSIONES

De los análisis se desprende que la gran mayoría de los enunciados corresponde al tipo proporcionalidad simple multiplicativa; es decir, son enunciados de la forma $a \times b = ?$, en el cual dos cantidades se operan para hallar el valor de la tercera; por ello, las relaciones semánticas entre dichas cantidades se describen como simples y directas. Esto es independiente del número de etapas (cantidad de operaciones) que incluya el problema, como se apreció el 81% de los enunciados de una etapa corresponde a este tipo de problemas.

Por su parte, para el caso de los problemas de dos o más etapas en la que el enunciado presenta por lo general dos proposiciones, se identifica en la primera un 60% de operaciones con la forma descrita, asignándose el tipo proporcionalidad simple multiplicativa, mientras que para la segunda proposición se evidenció que, además de presentar el 51% de operaciones con este mismo formato, los estudiantes recurren a la estructura aditiva para aportar dificultad a sus problemas.

Estos resultados muestran que los estudiantes tienen integrado un solo modelo de problema multiplicativo: el más simple. De hecho, la variante que se identifica en segundo lugar, para crear problemas de multiplicación es la división. El porcentaje en que se emplea es muy inferior y no alcanza el 20%, ya sean problemas de una o más etapas. Aunque resulta destacable el porcentaje de estudiantes sí tienen presente la relación inversa entre la multiplicación y división.

Se necesita presentar en el aula todos los tipos de problemas multiplicativos descritos para consolidar el concepto de multiplicación. Los estudiantes del estudio presentaron dificultad para relacionar las cantidades multiplicativamente en situaciones más complejas como la comparación, producto cartesiano de medida y combinación e igualación. Esto lleva a establecer que puede existir una diferencia entre responder a problemas de multiplicación y aprender a multiplicar usándolo con significados en otros problemas o en la creación de ellos (Kaufmann, 2019). Lo que refuerza que los estudiantes deben comprender qué significa la multiplicación y qué situaciones pueden describirse mediante ella para poder crear problemas.

Respecto a la complejidad de las tareas matemáticas los resultados muestran que los estudiantes en su amplia mayoría (70%) producen problemas de reproducción; es decir, de baja complejidad matemática de los problemas formulados. Esto se debe a que los problemas incluyen una sola operación de tipo directa, ya sea de multiplicación o división. Por otra parte, un 25% de los estudiantes sí logra crear problemas más complejos, al incluir más de una etapa en su problema o establecen relaciones intra-matemáticas.

Sobre la presencia de otros contenidos matemáticos, es necesario destacar que en su mayoría se establecieron conexiones con la estructura aditiva, y no se evidencia la presencia de una diversidad de contenidos. Aunque, de acuerdo con la literatura revisada, en otras intervenciones de invención de problemas se les ha propuesto a los estudiantes crear problemas que sean difíciles de resolver, en esta oportunidad se decidió omitir esta instrucción, por lo que se desconoce si los estudiantes hubieran manifestado mayor complejidad en sus producciones.

Sobre los contextos de los problemas, los estudiantes han inventado el mayor número de problemas en contextos personales, seguido de problemas relacionados a contextos educativo/laboral y en última instancia enunciados en contextos sociales. Aunque esto podría haberse visto influenciado por la selección de las situaciones ofrecidas, llama la atención que ante la situación que no ofrecía datos de ningún tipo, los estudiantes hayan aumentado la producción en el contexto social. Lo cual podría indicar interés por parte de los estudiantes frente a otros contextos más allá del personal. Debemos señalar que la mayoría de las producciones son de reproducción y del tipo proporcionalidad simple, por ende, la mayoría de los problemas pueden ser parte de una internalización de la operación multiplicativa y reproducción de situaciones en contextos elementales. De igual forma se presentan contextos relevantes como la tecnología, sueldos, universidad, hospital, municipalidad, banco, entre otros, lo cual indica que los estudiantes tienen un sentido funcional de la operación matemática y de la multiplicación más específicamente. Ahora, convendría abrir más las fronteras y relacionar este contenido a contextos científicos, el cual estuvo completamente ausente en los enunciados.

Los resultados sustentan la necesidad de que los profesores de matemática ofrezcan a sus estudiantes una variedad de contextos en las situaciones planteadas, entendiendo que esta simple acción es la pauta para el posterior quehacer del estudiante.

Como muestran los resultados es poco probable que los estudiantes inventen problemas complejos y en contextos científicos, si la enseñanza se está realizando con base en problemas de baja complejidad matemática y en contextos mayoritariamente personales.

Como propone Kaufmann (2019) los estudiantes deben adquirir experiencia con la multiplicación como una operación efectiva en una etapa temprana de su educación, dando sentido. Comenzar la enseñanza de un contenido, a partir de situaciones familiares y próximas al estudiante (contexto personal), pero en la medida que se avanza en edad resulta desfavorable no introducir contextos laborales, sociales y científicos; así como no avanzar en la complejidad matemática siendo imprescindible para lograr una apropiación completa del concepto. Castro (2008) señala que para que el aprendizaje de la multiplicación se consolide hay que dejar atrás el uso de la suma repetida para su resolución, este proceso se puede favorecer aumentando las cantidades e introduciendo problemas multiplicativos del tipo no directo, como los de comparación y producto cartesiano. Por tanto, hay una necesidad de mejorar los métodos de enseñanza para ayudar a los estudiantes a comprender y aplicar mejor las estructuras de resolución de problemas consistentes en diferentes tipos de problemas multiplicativos (Llinares- Beltrán et al., 2024), que lleve a desarrollar un amplio campo conceptual sobre este objeto matemático.

Se evidencia la necesidad de poner atención a los tipos de problemas multiplicativos presentados, ya que son muy pocos los estudiantes que introducen la comparación, igualación, arreglos o combinaciones en sus producciones lo que aportaría mayor complejidad semántica al problema. La elevada demanda cognitiva de la invención de problemas puede desarrollar contextos intelectuales que promuevan el desarrollo matemático (Fernández y Barbarán, 2015), con el fin de enriquecer el resultado de esta actividad y mejorar las producciones de los estudiantes.

REFERENCIAS

- Agencia Calidad de la Educación (2022). Informe Nacional de Resultados 2022. *Evaluación internacional de estudiantes tras pandemia*. Gobierno de Chile.
- Ayllón, M., Castro, E., y Molina, M. (2008). Invención de problemas por alumnos de educación primaria. En Molina, M.; Pérez-Tyteca, P., Fresno, M.A. (eds.), *Investigación en el aula de matemáticas: competencias matemáticas*. S.A.E.M. Thales y Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, 225-234.
- Ayllón, M., Gómez, I., y Ballesta-Claver, J. (2016). Pensamiento matemático y creatividad a través de la invención y resolución de problemas matemáticos.

Propósitos y Representaciones, 4(1), 169-218. doi: <http://dx.doi.org/10.20511/pyr2016>.

- Blanco, L., Cárdenas, J., y Caballero, A. (2015). *La resolución de problemas de matemáticas en la formación inicial de profesores de primaria*. España.
- Carrillo, J. (1995). *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza de profesores de matemáticas a alumnos de más de 14 años. Algunas aportaciones a la metodología de la investigación y estudio de posibles relaciones*. Tesis doctoral. Universidad de Sevilla.
- Castro, E. (2008). Resolución de problemas ideas, tendencias e influencias en España. En Luengo, R., Gómez, B., Camacho, M. Blanco, L. (eds.), *Investigación en educación matemática XII* (pp. 113-140). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM. España.
- Castro, E. y Ruiz, J. F. (2011). Aritmética de los números naturales. Estructura multiplicativa. En Rico, L. y Segovia, I. (eds.), *Matemáticas para maestros de Educación Primaria* (99-121). Pirámide.
- Coffey, A., y Atkinson, P., (2003). *Encontrar el sentido a los datos cualitativos*. Universidad Nacional de Antioquia.
- Christou, C., Mousoulides, N., Pittalis, M., y Pitta-Pantazi, D. (2005). Problem solving and problem posing in a dynamic geometry environment. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 2(2), 125-143.
- Espinoza, J. (2011), *Invención de problemas aritméticos por estudiantes con talento matemático: un estudio exploratorio* (Memoria de Tercer Ciclo). Universidad de Granada.
- Ellerton, N. (2015). Problem posing as an integral component of the mathematics curriculum: a study with prospective and practicing middle-school teachers. In Singer et al. (eds), *Mathematical problem posing* (pp. 514-513). Singer.
- Felmer, P., Perdomo-Díaz, J., Cisterna, T., Cea, F., Randolph, V. y Medel, L. (2014). La resolución de problemas en la matemática escolar y la formación inicial docente. *Estudios de política educativa*, 1(1), 64-105.
- Fernández, J., y Barbarán, J. (2015). *Inventar problemas para desarrollar la competencia matemática*. La Muralla.
- Isoda, M. y Olfos, R. (2009). *La enseñanza de la multiplicación. El estudio de clases y las demandas curriculares*. Ediciones Universitarias de Valparaíso.
- Kilpatrick, J. (1978) Variables and methodologies in research on problem solving. En L. L. Hatfield y D. A. Bradbard (eds.), *Mathematical problem solving: papers from a research workshop*. ERIC/SMEAC.
- Lester, F.K. (1983). Trends and issues in mathematical problem solving research. En R. Lesh y M. Landau (Eds.), *Acquisitions of mathematics concepts and processes*. Academy Press.

- Kaufmann, O.T. (2019). Students' reasoning on multiplication in the context of a primary school classroom. *REDIMAT – Journal of Research in Mathematics Education*, 8(1), 6-29. doi:10.17583/redimat.2019.2822
- Linares-Beltrán, L. J., Fúneme-Mateus, C. C., y Jaimes-Contreras, L. A. (2024). Estrategias de resolución de problemas de estructura multiplicativa en educación primaria. *Eco Matemático*, 15(2), 13-22. <https://doi.org/10.22463/17948231.4667>
- Ministerio de Educación (2012). *Bases Curriculares Educación Básica. Unidad de Currículum y Evaluación*. Ministerio de Educación de Chile.
- National Council of Mathematics Teachers (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Resron.
- Niss, M. (2002). Mathematical competencies and the learning of mathematics: the Danish KOM Project. http://w3.msi.vxu.se/users/hso/aaa_niss.pdf
- OCDE. (2018). *PISA 2021 Mathematics framework (Second Draft)*. https://bibliotecadigital.mineduc.cl/bitstream/handle/20.500.12365/17691/34_pisa-2021-mathematics-framework-draft.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- OCDE. (2012). Programa para la evaluación internacional de alumnos (PISA). Resultados PISA 2012.
- OECD (2023). *PISA 2022 Results (Volume I): The State of Learning and Equity in Education*, PISA, OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/53f23881-en>
- Olivares, D., Segovia, I., y Lupiáñez, J. (2021). Evolución de la resolución de problemas en el currículo chileno de primaria. *Profesorado. Revista de currículum y formación de profesores*, 21(3), 175-196.
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, Ciencia y la Cultura (OREALC/UNESCO) (2016). *Aportes para la enseñanza de la matemática*. UNESCO.
- Santos, M. (2001). Problem posing and problematization in learning and teaching mathematics. *Adult Education and Development*, 57, 107-121.
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the learning of Mathematics*, 14(1), 19-28.
- Stoyanova, E. (1998). Problem posing in Mathematics classrooms. En A. McIntosh y N. Ellerton (Eds.), *Research in Mathematics Education: a contemporary perspective*, pp. 164-185. MASTEC.
- TERCE (2016). *Tercer estudio regional comparativo y explicativo*. Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. UNESCO.
- Verschaffel, L., y De Corte, E. (1996). Number and arithmetic. En A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick y C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp.99-137). Kluwer.

Contribución de los autores

Todos los autores contribuyeron por igual al desarrollo de este artículo.

Disponibilidad de datos

Todos los conjuntos de datos relevantes para los resultados de este estudio están disponibles en su totalidad en el artículo.

Cómo citar este artículo (APA)

Rojas, N., Scattarética, F., Ramos-Rodríguez, E., Picado-Alfaro, M., & Pizarro, N. (2026). CARACTERÍSTICAS DE PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS QUE CREAN ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN PRIMARIA EN ESCUELAS CHILENAS. *Veredas Do Direito*, 23(4), e234806. <https://doi.org/10.18623/rvd.v23.n4.4806>